

Il s'agit ici de tracer le spectre (en valeurs absolues) du développement en série de Fourier d'une fonction  $f$ . On le fera pour :

- $f$  paire de période  $T$  définie sur  $\left[0, \frac{T}{2}\right]$  par  $y$  dépendant de  $t$ .  
On l'appellera `FourierP`, puis, dans un second temps `FourierP2`.
- $f$  impaire de période  $T$  définie sur  $\left]0, \frac{T}{2}\right[$  par  $y$  dépendant de  $t$ .  
On l'appellera `FourierI`, puis dans un second temps `FourierI2`.

## 1 Spectre jusqu'au rang $n$

### 1.1 Ensembles

Maple connaît la notion d'ensemble.

- `{ }` représente l'ensemble vide,
- `A union B` représente la réunion d'ensembles,
- `plot({[x1,y1],[x2,y2],...,[xn,yn]}, style = point, symbol = box)` trace les points indiqués sur un graphe, chaque point étant représenté par un petit carré.

### 1.2 Spectre

Ecrire 2 procédures `FourierP` et `FourierI` qui dessinent le spectre absolu de  $f$  définie précédemment respectivement entre 0 et  $n$  et entre 1 et  $n$ .

Elles auront donc 3 paramètres :

- $y$  qui est une expression de  $t$ ,
- $T$  la période et,
- $n$  le rang où on arrête.

On n'oubliera pas les `evalf`...

On essaiera :

- `FourierP` avec
  - $y = t$
  - $T = 2\pi$
  - $n = 10$
- `FourierI` avec
  - $y = 1$
  - $T = 2\pi$
  - $n = 40$

## 2 Ratio d'information

### 2.1 Ratio d'information

On appelle Ratio d'information porté par la somme partielle d'une série de Fourier jusqu'au rang  $n$  le rapport :

$$\frac{a_0^2 + \sum_{i=1}^n \frac{(a_i^2 + b_i^2)}{2}}{\frac{\int_0^{\frac{T}{2}} y^2(t) dt}{\frac{T}{2}}}$$

Ce ratio tend vers 1 quand  $n \rightarrow +\infty$ , c'est le théorème de Parseval.

## 2.2 Spectre

Ecrire 2 procédures `FourierP2` et `FourierI2` qui dessinent le spectre absolu de  $f$  définie précédemment jusqu'à ce que le ratio d'information soit plus grand qu'un paramètre  $e$ .

Elles auront donc 3 paramètres :

- $y$  qui est une expression de  $t$ ,
- $T$  la période et,
- $e$  le ratio minimum d'information à atteindre.

On n'oubliera pas les `evalf`...

On essayera :

- `FourierP2` avec
  - $y = t$
  - $T = 2\pi$
  - $e = 0.9999$
- `FourierI` avec
  - $y = 1$
  - $T = 2\pi$
  - $e = 0.99$